

Diferenciabilidade de funções complexas

Nathan Bastos Xavier

Os números complexos permaneceram, durante um longo período, sem uma formulação matemática rigorosa. A ideia primordial destes números surge quando as equações algébricas exigem soluções que excedem os números reais. Após avanços realizados nesta área por matemáticos como Tartaglia e Cardano, chegamos a Descartes que denomina tais soluções como não reais ou, como é difundido atualmente, imaginárias. A partir disso, Euler fornece avanços consideráveis ao assunto e ainda propõe a notação usual dos números complexos. Posteriormente, a existência matemática destes número se deu através de uma construção teórica mais rigorosa realizada, principalmente, por Gauss, Cauchy e Hamilton.

Chegamos, deste modo, a resultados de estudos mais profundos no corpo dos complexos, que vão desde topologia complexa até diferenciabilidade de funções com variáveis complexas.

O estudo sobre este corpo permite o acesso a resultados com aplicações úteis em âmbitos diversos. Em especial, existe um resultado importante ao trabalharmos com a diferenciabilidade de funções complexas, que são as equações de Cauchy-Riemann. Elas são responsáveis por distinguir a diferenciabilidade de funções complexas da diferenciabilidade de funções reais com duas variáveis.

A principal motivação nesta apresentação é conseguir uma condição suficiente para a diferenciabilidade de uma função complexa em um determinado ponto. É possível chegar a tal resultado utilizando as equações de Cauchy-Riemann somadas com algumas outras exigências.

Portanto, buscamos deduzir a partir da definição de diferenciabilidade as equações de Cauchy-Riemann, as quais fornecem uma condição necessária para a diferenciabilidade. Após isso, devemos estender este resultado a fim de conseguirmos também uma condição suficiente.

Tópicos fundamentais como plano complexo, funções complexas, topologia, limites e a própria definição de diferenciabilidade fazem parte da estrutura como um todo.

Para atingir os objetivos estabelecidos foram utilizados livros e artigos relacionados ao assunto em questão, assim como a atuação na disciplina de introdução às variáveis complexas.